Метод конечных разностей является ключевым численным подходом для аппроксимации решений дифференциальных уравнений, как обыкновенных (ОДУ), так и в частных производных (УЧП). В его основе лежит идея замены производных в уравнении их дискретными аналогами, что позволяет переформулировать задачу в виде системы линейных уравнений. Этот метод широко используется благодаря простоте реализации и возможности обработки сложных геометрий и граничных условий.

### Формулы и определения

#### Аппроксимация ОДУ

Для уравнения вида y′′−p(x)y=f(x), метод конечных разностей применяет следующую аппроксимацию второй производной на равномерно распределенной сетке с шагом h:

y″(xi)≈(1/h^2)\*[−yi−2+16yi−1−30yi+16yi+1−yi+2]

Эта формула обеспечивает четвертый порядок точности (O(h4)), что значительно повышает точность аппроксимации по сравнению с более простыми методами.

#### Граничные условия

Граничные условия типа y′(a)−a1\*​y(a)=a2​ и y′(b)−b1\*​y(b)=b2 аппроксимируются с использованием разностных схем первого порядка точности для первой производной на краях интервала:

y′(a)≈(-3y0+4y1-y2) / 2h, y′(a)≈(2h-3y0+4y1-y2) / 2,

y′(b)≈(3yN-4yN-1+yN-2) / 2h, y′(b)≈(2h3yN-4yN-1+yN-2) / 2.

Хотя эти аппроксимации и обладают лишь первым порядком точности, они позволяют интегрировать в анализ различные типы граничных условий.

### Итерационный процесс

1. **Инициализация**: Определяется сетка на интервале [a,b] с заданным числом точек. Вычисляется шаг сетки h.
2. **Построение системы уравнений**: На основе аппроксимаций формируется матрица коэффициентов и вектор правых частей.
3. **Решение системы**: Применяются методы линейной алгебры для нахождения аппроксимированных значений функции в узловых точках.

### Результаты

Решение системы линейных уравнений предоставляет аппроксимацию функции y(x)y(x) на дискретной сетке, что позволяет анализировать поведение решения во всем интервале. Метод конечных разностей, благодаря своей гибкости и точности, находит широкое применение в различных областях науки и техники.

### Применение

Метод конечных разностей используется в инженерных расчетах, физике, финансах и многих других областях для решения задач, связанных с диффузией, теплопроводностью, механикой сплошных